Департамент образования Ивановской области

ОГБПОУ «Плесский колледж бизнеса и туризма»

ЕН. 01 «Математика»

Методические указания по организации самостоятельной работы

для студентов очного отделения
по специальности 38.02.04
«Коммерция (по отраслям)»

Преподаватель: А.Е. Девятова

с. Северцево, 2017

Содержание

Введение

Программа учебной дисциплины «Математика» предназначена для реализации требований ФГОС к уровню подготовки выпускников по специальности 38.02.04 «Коммерция (по отраслям)».

Учебная дисциплина «Математика» относится к естественно-научным дисциплинам.

Целью изучения дисциплины является усвоение теоретических знаний основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; усвоения основных понятий и методов математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; основ интегрального и дифференциального исчисления, приобретения умений решать прикладные задачи;

Программа учебной дисциплины «Математика» для очной формы обучения рассчитана на 60 часов, из них 40 часов – обязательная аудиторная учебная нагрузка, 20 часов предназначены для самостоятельного изучения студентами материала, при консультативной помощи преподавателя.

Программа составлена в определенной логической последовательности.

В результате освоения учебной дисциплины студент *должен уметь:*

-решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

В результате освоения учебной дисциплины студент *должен знать:*

-значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы;

-основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

-основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

-основы интегрального и дифференциального исчисления.

При изучении дисциплины рекомендуется следующая последовательность:
1.Ознакомиться с содержанием методических указаний и практических заданий по каждой теме.
2.Подобрать рекомендуемую литературу, изучить ее и составить краткий конспект, выполнить задания по образцу.
3.Дать ответы на вопросы самоконтроля.
4. Выполнить практические задания.

Тематический план

Курс, семестр, разделы, темы	Распределение учебной нагрузки				
	Максимальная учебная нагрузка	Самостоятельная работа обучающегося	Всего часов	Из них	
				теоретические занятия	практические занятия
1	2	3	4	5	7
2 курс 3 семестр					
Раздел 1. *Основы дифференциального и интегрального исчисление*	**28**	**8**	**20**	**12**	**8**
1.1. Предел функции одной переменной	8	2	6	4	2
1.2. Производная функции одной переменной	8	2	6	4	2
1.3.Определенный интеграл	12	4	8	4	4
Раздел 2. *Основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики и линейной алгебры*	**20**	**6**	**14**	**4**	**10**
2.1.Определители	8	2	6	2	4
2.2.Системы линейных уравнений	12	4	8	2	6
Раздел 3. *Основные понятия теории вероятностей и математической статистики*	**12**	**6**	**6**	**4**	**2**
3.1.Предмет теории вероятностей. Основные понятия.	12	6	6	4	2
Всего	**60**	**20**	**40**	**20**	**20**

Содержание учебной дисциплины с вопросами для самоконтроля

Раздел 1**. *Основы диффеpениuального и интегрального исчислениея***

Предел функции одной переменной; Производная функции одной переменной; Определенный интеграл.

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие пределы функции в точке.
2. Основная теорема о пределах и ее следствия.
3. Вычисление предела функции в точке.
4. Вычисление предела функции на бесконечности.
5. I и II замечательные пределы.
6. Понятие производной.
7. Основные правила дифференцирования.
8. Таблица производных.
9. Производная сложной функции.
10. Схема исследования функций.
11. Таблица основных формул интегрирования.
12. Метод подставки.
13. Метод интегрирования по частям.
14. Алгоритм вычисления площади плоских фигур.
15. Вычисление объемов тел вращения.

Вопросы для самостоятельного изучения:

1.Правило Лопиталя для вычисления пределов.
2.Дифференциал функции. Производные высших порядков.
3.Решение прикладных задач: Вычисление длины дуги кривой.

Литература: И.И. Валуцэ «Математика для техникумов».

В.С. Шипачев «Задачник по высшей математике».

Практические задания.

Задание 1.

Вычислить предел функции:

а) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}}$ б) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3-1}{x-1}$

в) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{4x}$ г) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$

Задание 2:
Вычислить производную функции:

а) $y = \frac{-5}{x^2} + 4x - 3$; б) $y = 5x + \frac{6}{x^3} - 1$; в) $y = \sin 2x + x^2 - 7$.

Задание 3:
Вычислить производную третьего порядка:

а) $f(x) = e^x(x^2 + 1)$, б) $f(x) = 9x^4 + 3x^2 + 5x + tgx$

Задание 4:
Вычислить дифференциал функции:

а) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$; б) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$;
в) $f(x) = 4x^3 - x^2 + 2$ г) $f(x) = 2x^2 + tgx$;
д) $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 5$; е) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2 + x$;
ж) $f(x) = e^x(x^3 + 1)$

Задание 5:
Вычислить определенный интеграл:

а) $\int\limits_1^4 \left(x + \dfrac{\sqrt{x}}{x}\right) dx$; б) $\int\limits_0^{-4} \dfrac{dx}{\sqrt{(1 - 2x)^3}}$

в) $\int\limits_0^1 x\, e^{-x}\, dx$; г) $\int\limits_{\Pi/6}^{\Pi/2} \dfrac{x\, dx}{\sin^2 x}$

д) $\int\limits_0^{\Pi} e^x \cdot \sin x\, dx$; е) $\int\limits_0^{\Pi/2} e^x \cdot \cos x\, dx$;

Задание 6:
Вычислить длину дуги кривой:

а) Вычислить длину дуги параболы $y = x^2$ от точки A(1;1) до точки B(2;4);
б) Вычислить длину дуги $y = \sqrt{x^3}$, абсциссы концов которой x=1, x=4.

Раздел 2. ***Основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики и линейной алгебры.***

Определители; Системы линейных уравнений.

Вопросы для самоконтроля

1.Определители II и III порядка, их свойства.
2.Минор элемента определителя.
3.Алгебраическое дополнение элемента определителя.
4.Вычисление определителя разложением по строке.
5.Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.

Вопросы для самостоятельного изучения:

1.Ранг матрицы.
2.*Применение систем линейных уравнений при решении прикладных задач*.
Литература . 1. А.В. Кузнецов «Сборник задач и упражнений по высшей математике».
2.И.И. Валуцэ. «Математика для техникумов».

Практические задания

1.Вычислить определитель:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

2.Решить систему уравнений:

а) $\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 2x - 3y + 2z = 2, \\ 3x + y + z = 8. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y + 2z = -1, \\ x - y + 5z = -2 \end{cases}$

3.Составить систему уравнений и решить одним из методов:

1.Завод производит электронные приборы трех видов (прибор А, прибор В и прибор С), используя при сборке микросхемы трех видов (тип 1, тип 2, и тип 3). Расход микросхем и объем расхода сырья за один день заданы в таблице. Найти ежедневный объем выпуска каждого вида приборов.

Вид сырья	*Нормы расхода сырья на изготовление одного прибора, усл. ед.*			*Расход сырья за один день, усл. ед.*
	Прибор А	*Прибор В*	*Прибор С*	
Тип 1	2	5	1	500
Тип 2	2	0	4	400
Тип 3	2	1	1	400

2.Предприятие выпускает изделие трех наименовании: А, В, С при этом используется сырьё трёх типов: S_1, S_2, S_3. Необходимые характеристики указаны в таблице. Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

Вид сырья	*Расход сырья по видам продукции, вес. ед. /изд.*			*Запас сырья, вес. ед.*
	A	*B*	*C*	
S_1	2	2	1	6
S_2	2	1	1	5
S_3	1	1	2	9

3. Предприятие выпускает изделие трех наименовании: стулья, табуретки и столы, при этом используется сырьё трёх типов: S_1, S_2, S_3. Нормы расхода каждого из них на изготовление одного изделия и объем расхода сырья за один день заданы в таблице.

Вид сырья	*Нормы расхода сырья на изготовление одного изделия, усл. ед.*			*Расход сырья за один день, усл. ед.*
	стул	*стол*	*табуретка*	
S_1	10	3	4	270
S_2	4	1	1	90
S_3	6	2	2	160

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции

Пример решения:

Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трёх видов: s_1, s_2, s_3. Необходимые характеристики указаны в таблице.

Вид сырья	*Нормы расхода сырья на изготовление одного вида продукции, усл. ед.*			*Расход сырья за один день, усл. ед.*
	сапог	*кроссовок*	*ботинок*	
S_1	5	3	4	2700
S_2	2	1	1	900
S_3	3	2	2	1600

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.

Решение: Пусть ежедневно фабрика выпускает x_1 – единиц продукции первого вида, x_2 - единиц продукции второго вида, x_3 - единиц продукции третьего вида . Тогда в соответствии с расходом сырья каждого вида имеем систему.

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2700 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 900 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1600 \end{cases}$$

Решаем систему линейных уравнений любым способом. Решим данную систему, например, методом Гаусса. Составим матрицу из коэффициентов стоящих перед неизвестными и из свободных членов.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 4 & 2700 \\ 2 & 1 & 1 & 900 \\ 3 & 2 & 2 & 1600 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 4 & 2700 \\ 0 & -1 & -3 & -900 \\ 0 & 1 & -2 & -100 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 4 & 2700 \\ 0 & -1 & -3 & -900 \\ 0 & 0 & -5 & -1000 \end{array}\right)$$

Вернемся к системе

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2700 \\ -x_2 - 3x_3 = -900 \\ -5x_3 = -1000 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 200 \\ x_2 = 300 \\ x_3 = 200 \end{cases}$$

Т.е. фабрика выпускает 200- единиц продукции первого вида, 300- единиц продукции второго вида и 200- единиц продукции третьего вида.

4.Вычисление ранга матрицы.

Изучив теоритический материал, составьте опорный конспект по данной теме.

Ранг матрицы – это наивысший порядок минора матрицы, отличного от нуля. Ранг матрицы *A* обозначают как *Rank(A)*. Можно также встретить обозначения *Rg(A)* или *Rang(A)*.

Из определений ранга матрицы и минора матрицы можно заключить, что

ранг нулевой матрицы равен нулю, а ранг ненулевой матрицы не меньше единицы.
Пример:

Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение: дана квадратная матрица «четыре на четыре» , её ранг не больше четырёх.

Поскольку есть ненулевые элементы, следовательно, ранг не менее единицы.

Проверку миноров 2-го порядка начинаем с так называемого *углового минора* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$M_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$, поэтому переходим к минору $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

$M_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 0 = -1 \neq 0$, значит, ранг матрицы не менее двух**.** Что было бы нужно сделать, если бы и этот минор оказался нулевым? В этом случае рассматриваем минор $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, и если он тоже равен нулю, рассматриваем дальше:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

При необходимости (когда получились одни нули), следует продолжить перебор миноров по аналогичной схеме у:

1-й и 3-й строк;
1-й и 4-й строк;
2-й и 4-й строк;

3-й и 4-й строк – до тех пор, пока не повстречается минор, отличный от нуля.

Если все миноры 2-го порядка оказались нулевыми, то $\text{Ранг} = 1$.

В данном случае уже на втором шаге обнаружен «хороший» минор, и теперь переходим к рассмотрению миноров третьего порядка. К младшему минору $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$, который будет входить во все рассматриваемые миноры высших порядков добавляем:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & \boxed{0} & 5 \\ \boxed{2} & 4 & \boxed{-1} & 0 \\ \boxed{-2} & -4 & \boxed{1} & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{5} \\ \boxed{2} & \boxed{4} & \boxed{-1} & \boxed{0} \\ \boxed{-2} & \boxed{-4} & \boxed{1} & \boxed{0} \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Проверяем:

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & -4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -4+4+4-4=0$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot (2-2) = 0$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{5} \\ \boxed{2} & \boxed{4} & \boxed{-1} & \boxed{0} \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -2-0+2\cdot(4-4) = -2 \neq 0$$

, значит, ранг матрицы не менее трёх. Если бы этот минор оказался равным нулю, то следовало бы проверять дальше. Других миноров 3-го порядка, которые содержат младший ненулевой минор $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ – нет, то $\text{Ранг} = 2$.

Миноров 3-го порядка на самом деле больше, и рассматриваемый метод в данном случае позволяет сократить вычисления, максимум, до четырёх определителей. Успех нас поджидал на 3-м шаге, и «хороший» ненулевой минор $M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Добавляем столбцы, которые должны входить во все миноры высших порядков. В данном случае это единственный минор 4-го порядка, совпадающий с определителем матрицы:

$$M_4 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(2-я и 3-я строки пропорциональны – см. свойства определителя)

Вывод: максимальный порядок ненулевого минора равен трём, значит, $\text{Ранг} = 3$.

Самостоятельно:
Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & 11 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Раздел 3 ***Основные понятия теории вероятностей и математической статистики.***

Предмет теории вероятностей. Основные понятия.

Вопросы для самоконтроля:

1.Основные понятия комбинаторики: число перестановок; число сочетаний; число размещений.

2.Определение события. Достоверные и невозможные события.

3.Классическое определение вероятности.

Вопросы для самостоятельного изучения:
1.Операции над событиями; Формула полной вероятности;
2.Дискретные случайные величины.

Литература : 1. А.В. Кузнецов «Сборник задач и упражнений по высшей математике».
2.И.И. Валуцэ. «Математика для техникумов».

Практические задания

Задача 1. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Задача 2. Даны 5 точек, никакие две из которых не лежат на одной прямой. Найти

Задача 3. Одновременно бросаются две игральные кости, на гранях которых нанесены очки 1, 2, 3, 4, 5, 6. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на двух костях, равна восьми?

Задача 4. 8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 11 до 63 кратно 6?

Дискретные случайные величины:

Пример. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

РЕШЕНИЕ. Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки, она может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4.

Случайная величина X принимает значение равное 0, если автомобиль попал на запрещающий сигнал на первом же светофоре, вероятность этого $P(X = 0) = 0{,}5$.

Случайная величина X принимает значение равное 1, если автомобиль проехал на первом светофоре и попал на запрещающий сигнал на втором светофоре, вероятность этого

$P(X = 1) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$.

Случайная величина X принимает значение равное 2, если автомобиль проехал на первом и втором светофоре и попал на запрещающий сигнал на третьем светофоре, вероятность этого $P(X = 2) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$.

Случайная величина X принимает значение равное 3, если автомобиль проехал на первом, втором и третьем светофоре и попал на запрещающий сигнал на четвертом светофоре, вероятность этого $P(X = 3) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}5^4 = 0{,}0625$.

Случайная величина X принимает значение равное 4 если автомобиль проехал на всех 4 светофорах, вероятность этого $P(X = 4) = 0{,}5^4 = 0{,}0625$.

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,0625

Расчеты произведены правильно, так как

сумма $\sum p_{i=1}$

Математическое ожидание:

$M(X) = \sum x_i p_i = 0 \cdot 0{,}5 + 1 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}125 + 3 \cdot 0{,}0625 + 4 \cdot 0{,}0625 = 0{,}9375$.

Дисперсия:

$D(X) = \sum (x_i)^2 p_i - (M(X))^2 =$

$= 0^2 \cdot 0{,}5 + 1^2 \cdot 0{,}25 + 2^2 \cdot 0{,}125 + 3^2 \cdot 0{,}0625 + 4^2 \cdot 0{,}0625 - 0{,}9375^2 \approx 1{,}434.$

Задача 4: В магазине имеется 15 автомобилей определенной марки. Среди них 7 черного цвета, 6 серого и 2 белого. Представители фирмы обратились в магазин с предложением о продаже им 3 автомобилей этой марки, безразлично какого цвета. Составьте ряд распределения числа проданных автомобилей черного цвета при условии, что автомобили отбирались случайно.

Задача 5: В магазине продаются 5 отечественных и 3 импортных телевизора. Составить закон распределения случайной величины – числа импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров. Найти функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.

Рекомендуемая литература

Основные источники:

№ п/п	Наименование	Автор	Издательство, год издания
ОИ1	Математика	Н.В. Богомолов	М.,2004 г.
ОИ2	Математика	С.Г. Григорьев С.В. Задулина	М.,2008 г.
ОИ3	Математика	А.А. Дадаян	М.,2007 г.
ОИ4	Сборник задач по математике	А.А. Дадаян	М.,2007 г.
ОИ5	Математика для техникумов	И.И. Валуце	М.,1990 г.

Дополнительные источники:

№ п/п	Наименование	Автор	Издательство, год издания
ДИ 1	Математика (книги 1 и 2)	Ю.М. Колягин	М., 2003 г.
ДИ 2	Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов: руководство для решения задач	Л.Ю. Ниворожкина З.А. Морозова	Ростов на Дону: Феникс 2001 г.
ДИ 3	Введение в дискретную математику. Учебное пособие	С.В. Яблонский	М., 2002 г.
ДИ 4	Математика	В.Т. Омельченко	Феникс , 2005 г.
ДИ 5	Краткий курс лекций по высшей математике	Д. Письменный	М: 2009

Интернет-ресурсы:
http://school-collection.edu.ru - Электронный учебник «Математика , XXI век».
http://fcior.edu.ru - информационные, тренировочные и контрольные материалы.
www.school-collection.edu.ru - Единая коллекции Цифровых образовательных ресурсов.