Департамент образования Ивановской области

ОГБПОУ «Плесский колледж бизнеса и туризма»

«Математика» ЕН 01

Методические указания по организации самостоятельной работы

для студентов очного отделения
по специальности 23.02.03
«Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта»

Преподаватель: А.Е. Девятова

с. Северцево, 2016

Содержание

Введение

Программа учебной дисциплины «Математика» предназначена для реализации требований ФГОС к уровню подготовки выпускников по специальности 23.02.03 «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта».

Учебная дисциплина «Математика» относится к естественно-научным дисциплинам.

Целью изучения дисциплины является усвоение теоретических знаний основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; усвоения основных понятий и методов математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; основ интегрального и дифференциального исчисления, приобретения умений решать прикладные задачи;

Программа учебной дисциплины «Математика» для очной формы обучения рассчитана на 98 часов, из них 66 часов – обязательная аудиторная учебная нагрузка. Остальные 32 часа предназначены для самостоятельного изучения студентами при консультативной помощи преподавателя.

Программа составлена в определенной логической последовательности.

В результате освоения учебной дисциплины студент *должен уметь:*

-решать обыкновенные дифференциальные уравнения;

В результате освоения учебной дисциплины студент *должен знать:*

-основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики;

-основные численные методы решения прикладных задач.

При изучении дисциплины рекомендуется следующая последовательность:

1.Ознакомиться с содержанием методических указаний и практических заданий по каждой теме.

2.Подобрать рекомендуемую литературу, изучить ее и составить краткий конспект;

3.Дайть ответы на вопросы самоконтроля.

4. Выполнить практические задания.

Тематический план

Курс, семестр, разделы, темы	**Учебная нагрузка обучающихся (час.)**						
	Максимальная учебная нагрузка	**Самостоятельная работа обучающегося**	**Обязательная аудиторная нагрузка**				
			Всего часов	**в т.ч.**			
				теоретические занятия	лабораторные работы	практические занятия	курсовая работа (проект) (для СПО)
1	**2**	3	**4**	**5**	6	**7**	**8**
2курс ,1 семестр	98	32	66	40		26	
1.Дифференциаль-ное и интегральное исчисление	**42**	**12**	**30**	**20**		**10**	
1.1.Предел функции одной переменной	10	2	8	6		2	
1.2.Производная функции одной переменной	14	4	10	6		4	
1.3.Определенный интеграл	18	6	12	8		4	
2.Элементы линейной алгебры	**26**	**8**	**18**	**8**		**10**	
2.1.Определители	12	4	8	4		4	
2.2.Системы линейных уравнений	14	4	10	4		6	
3.Основные понятия теории вероятностей	**14**	**6**	**8**	**6**		**2**	
3.1.Предмет теории вероятностей. Основные понятия	14	6	8	6		2	
4.Дифференциа-льные уравнения	**16**	**6**	**10**	**6**		**4**	
4.1Дифференциа-льные уравнения первого порядка	10	4	6	4		2	
4.2Дифференциа-льные уравнения второго порядка	6	2	4	2		2	
Всего	98	32	66	40		26	

Таблица по организации самостоятельной работы студентов II курса по дисциплине «Математика» специальность «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта »

Раздел	Кол-во часов	Вид работы	Цель	Контроль
1.Дифференциальное и интегральное исчисление	**12**			
1.1. Правило Лопиталя для вычисления пределов.	2	Изучение материала и решение заданий по образцу.	Углубление раннее изученного материала.	Выполнение зачетной работы
1.2. Дифференциал функции.	2			
1.3.Производные высших порядков.	2			
1.4.Вычисление длины дуги кривой.	6	Выработка умений и навыков студентов по применению определенного интеграла.		
2.Элеменнты линейной алгебры.	**8**			
2.1. Ранг матрицы.	4	Самостоятельное изучение материала	Дополнительное изучение материала	Проверка преподавателям индивидуальных заданий.
2.2.Применение систем линейных уравнений при решении прикладных задач	4			
3.Основные понятия теорий вероятностей.	**6**			
3.1.Теоремы и формулы теории вероятностей.	4	Составление вероятных задач.	Учить применять полученные знании на практике	Проверка самос. составленных задач.
3.2. Дискретные случайные величины.	2	Изучение материала, написание конспектов.	Дополнительное изучение материала.	Проверка конспектов.
4. Дифференциальные уравнения	**6**			
4.1 Диф. Уравнения первого порядка	4	Решение физических задач с использованием диф. уравнений	Дополнительное изучение материала.	Проверка индивидуальных заданий.
4.2Диф. уравнения второго порядка	2			
Итого	32			

Содержание учебной дисциплины с вопросами для самоконтроля

Раздел 1. Дифференциальное и интегральное исчисление.

Правило Лопиталя для вычисления пределов; Дифференциал функции; Производные высших порядков; Вычисление длины дуги кривой.

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие пределы функции в точке.
2. Основная теорема о пределах и ее следствия.
3. Вычисление предела функции в точке.
4. Вычисление предела функции на бесконечности.
5. I и II замечательные пределы.
6. Правило Лопиталя.
7. Понятие производной.
8. Основные правила дифференцирования.
9. Таблица производных.
10. Производная сложной функции.
11. Схема исследования функций.
12. Дифференциал функции
13. Производные высших порядков
14. Таблица основных формул интегрирования.
15. Метод подставки.
16. Метод интегрирования по частям.
17. Алгоритм вычисления площади плоских фигур.
18. Вычисление объемов тел вращения
19. Вычисление дуги кривой.

Практические задания.

Задание 1.

Вычислить предел функции:

а) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x - 2}{\sqrt{x} + 2}$ б) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x - 1}$

в) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{4x}$ г) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$

д) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x^3+x+4}{14-x^2-x^3}$ е) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x^3+x-4}{14-x^2-6x^3}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{30x^3+x+4}{14-8x^2-3x^3}$

з) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^3+x+4}{14-x^2-x^3}$ к) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^3+x-4}{14-x^2-6x^3}$ л) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{30x^3+x+4}{14-8x^2-3x^3}$

Задание 2:
Вычислить производную функции:

а) $y = \frac{-5}{x^2} + 4x - 3$; б) $y = 5x + \frac{6}{x^3} - 1$; в) $y = \sin 2x + \sqrt{x^2 - 7}$.

г) $y = 3x^4 - 5\sin x + 4e^x + 2$; д) $y = x^4 \cdot \ln x$; е) $y = \frac{4}{x^7}$,
ж) $y = \left(5x^7 - 3x \cdot \sqrt[3]{x^2 - 6}\right)^4$

Задание 3:
Вычислить производную третьего порядка:

а) $f(x) = e^x(x^2 + 1)$, б) $f(x) = 9x^4 + 3x^2 + 5x + tgx$

Задание 4:
Вычислить дифференциал функции:

а) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$; б) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$;
в) $f(x) = 4x^3 - x^2 + 2$ г) $f(x) = 2x^2 + tgx$;
д) $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 5$; е) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2 + x$;
ж) $f(x) = e^x(x^3 + 1)$

Задание 5:
Вычислить определенный интеграл:

а) $\int_1^4 \left(x + \frac{\sqrt{x}}{x}\right) dx$; б) $\int_0^{-4} \frac{dx}{\sqrt{(1-2x)^3}}$

в) $\int_0^1 x\, e^{-x}\, dx$; г) $\int_{\Pi/6}^{\Pi/2} \frac{x\, dx}{\sin^2 x}$

д) $\int_0^{\Pi} e^x \cdot \sin x\, dx$; е) $\int_0^{\Pi/2} e^x \cdot \cos x\, dx$;

Задание 6:
Вычислить длину дуги кривой:

а) Вычислить длину дуги параболы $y = x^2$ от точки A(1;1) до точки B(2;4);
б) Вычислить длину дуги $y=\sqrt{x^3}$, абсциссы концов которой x=1, x=4.

Раздел 2. Элементы линейной алгебры.

Определители; Системы линейных уравнений; Ранг матрицы.
Применение систем линейных уравнений при решении прикладных задач

Вопросы для самоконтроля

1.Определители II и III порядка, их свойства.
2.Минор элемента определителя.
3.Алгебраическое дополнение элемента определителя.
4.Вычисление определителя разложением по строке.
5.Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
8. Ранг матрицы.
9. Применение систем линейных уравнений при решении прикладных задач.

Практические задания

1.Вычислить определитель:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

2.Решить систему тремя способами:
- по формулам Крамера
- матричным методом;
- методом Гаусса.

а) $\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 2x - 3y + 2z = 2, \\ 3x + y + z = 8. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y + 2z = -1, \\ x - y + 5z = -2 \end{cases}$

3.Составить систему уравнений и решить одним из методов:

1.Завод производит электронные приборы трех видов (прибор А, прибор В и прибор С), используя при сборке микросхемы трех видов (тип 1, тип 2, и тип 3). Расход микросхем и объем расхода сырья за один день заданы в таблице. Найти ежедневный объем выпуска каждого вида приборов.

Вид сырья	*Нормы расхода сырья на изготовление одного прибора, усл. ед.*			*Расход сырья за один день, усл. ед.*
	Прибор А	*Прибор В*	*Прибор С*	
Тип 1 Тип 2 Тип 3	2 2 2	5 0 1	1 4 1	500 400 400

2.Предприятие выпускает изделие трех наименовании: A, B, C при этом используется сырьё трёх типов: s_1, s_2, s_3. Необходимые характеристики указаны в таблице. Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

Вид сырья	*Расход сырья по видам продукции, вес. ед. /изд.*			*Запас сырья, вес. ед.*
	A	*B*	*C*	
S_1 S_2 S_3	2 2 1	2 1 1	1 1 2	6 5 9

3. Автомобильный завод специализируется по выпуску изделий трех видов: A, B, C, при этом используется сырьё трёх типов: s_1, s_2, s_3. Необходимые характеристики указаны в таблице. Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

Вид сырья	*Расход сырья по видам продукции, вес. ед. /изд.*			*Запас сырья, вес. ед.*
	A	*B*	*C*	
S_1 S_2 S_3	6 4 5	4 3 2	5 1 3	2400 1450 1550

4. Предприятие выпускает изделие трех наименовании: стулья, табуретки и столы, при этом используется сырьё трёх типов: s_1, s_2, s_3. Нормы расхода каждого из них на изготовление одного изделия и объем расхода сырья за один день заданы в таблице.

Вид сырья	*Нормы расхода сырья на изготовление одного изделия, усл. ед.*			*Расход сырья за один день, усл. ед.*
	стул	*стол*	*табуретка*	
S_1 S_2 S_3	10 4 6	3 1 2	4 1 2	270 90 160

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции

Пример решения:

Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трёх видов: s_1, s_2, s_3. Необходимые характеристики указаны в таблице.

Вид сырья	*Нормы расхода сырья на изготовление одного вида продукции, усл. ед.*			*Расход сырья за один день, усл. ед.*
	сапог	*кроссовок*	*ботинок*	
S_1	5	3	4	2700
S_2	2	1	1	900
S_3	3	2	2	1600

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.

Решение: Пусть ежедневно фабрика выпускает x_1 – единиц продукции первого вида, x_2 - единиц продукции второго вида, x_3 - единиц продукции третьего вида . Тогда в соответствии с расходом сырья каждого вида имеем систему.

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2700 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 900 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1600 \end{cases}$$

Решаем систему линейных уравнений любым способом. Решим данную систему, например, методом Гаусса. Составим матрицу из коэффициентов стоящих перед неизвестными и из свободных членов.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 4 & 2700 \\ 2 & 1 & 1 & 900 \\ 3 & 2 & 2 & 1600 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 4 & 2700 \\ 0 & -1 & -3 & -900 \\ 0 & 1 & -2 & -100 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 4 & 2700 \\ 0 & -1 & -3 & -900 \\ 0 & 0 & -5 & -1000 \end{array}\right)$$

Вернемся к системе

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2700 \\ -x_2 - 3x_3 = -900 \\ -5x_3 = -1000 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 200 \\ x_2 = 300 \\ x_3 = 200 \end{cases}$$

Т.е. фабрика выпускает 200- единиц продукции первого вида, 300- единиц продукции второго вида и 200- единиц продукции третьего вида.

4.Вычисление ранга матрицы.

Ранг матрицы – это наивысший порядок минора матрицы, отличного от нуля. Ранг матрицы *A* обозначают как *Rank(A)*. Можно также встретить обозначения *Rg(A)* или *Rang(A)*.

Из определений ранга матрицы и минора матрицы можно заключить, что ранг нулевой матрицы равен нулю, а ранг ненулевой матрицы не меньше единицы.

Пример:

Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение: дана квадратная матрица «четыре на четыре» , её ранг не больше четырёх.

Поскольку есть ненулевые элементы, следовательно, ранг не менее единицы.

Проверку миноров 2-го порядка начинаем с так называемого *углового минора* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$M_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$, поэтому переходим к минору $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

$M_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 0 = -1 \neq 0$, значит, ранг матрицы не менее двух**.** Что было бы нужно сделать, если бы и этот минор оказался нулевым? В этом случае рассматриваем минор $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, и если он тоже равен нулю, рассматриваем дальше:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

При необходимости (когда получились одни нули), следует продолжить перебор миноров по аналогичной схеме у:

1-й и 3-й строк;
1-й и 4-й строк;
2-й и 4-й строк;
3-й и 4-й строк – до тех пор, пока не повстречается минор, отличный от нуля.

Если все миноры 2-го порядка оказались нулевыми, то $\text{Ранг} = 1$.

В данном случае уже на втором шаге обнаружен «хороший» минор, и теперь переходим к рассмотрению миноров третьего порядка. К младшему минору $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$, который будет входить во все рассматриваемые миноры высших порядков добавляем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Проверяем:

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & -4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -4+4+4-4=0$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot (2-2) = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -2-0+2\cdot(4-4) = -2 \neq 0$$

, значит, ранг матрицы не менее трёх. Если бы этот минор оказался равным нулю, то следовало бы проверять дальше. Других миноров 3-го порядка, которые содержат младший ненулевой минор $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ – нет, то $\text{Ранг} = 2$.

Миноров 3-го порядка на самом деле больше, и рассматриваемый метод в данном случае позволяет сократить вычисления, максимум, до четырёх определителей. Успех нас поджидал на 3-м шаге, и «хороший» ненулевой минор $M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & 5 \\ \boxed{2} & \boxed{4} & \boxed{-1} & 0 \\ \boxed{-2} & \boxed{-4} & \boxed{1} & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Добавляем столбцы, которые должны входить во все миноры высших порядков. В данном случае это единственный минор 4-го порядка, совпадающий с определителем матрицы:

$$M_4 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(2-я и 3-я строки пропорциональны – см. свойства определителя)

Вывод: максимальный порядок ненулевого минора равен трём, значит, $\text{Ранг} = 3$.

Самостоятельно:
Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & 11 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Раздел 3. **Основные понятия теории вероятностей.**

Предмет теории вероятностей. Основные понятия. Теоремы и формулы теории вероятностей. Дискретные случайные величины

Вопросы для самоконтроля:

1.Основные понятия комбинаторики: число перестановок; число сочетаний; число размещений.
2.Определение события. Достоверные и невозможные события.
3.Классическое определение вероятности.
4.Формулы сложения и умножения вероятностей.
5.Дискретные случайные величины.

Практические задания

Задачи на классический способ определения вероятности:

Задача 1. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Задача 2. Одновременно бросаются две игральные кости, на гранях которых нанесены очки 1, 2, 3, 4, 5, 6. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на двух костях, равна восьми?

Задача 3. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 11 до 63 кратно 6?

Дискретные случайные величины:

Пример. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

РЕШЕНИЕ. Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки, она может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4.

Случайная величина X принимает значение равное 0, если автомобиль попал на запрещающий сигнал на первом же светофоре, вероятность этого $P\,(\,X = 0) = 0{,}5$.

Случайная величина X принимает значение равное 1, если автомобиль проехал на первом светофоре и попал на запрещающий сигнал на втором светофоре, вероятность этого

$P\,(\,X = 1) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}\,25$.

Случайная величина X принимает значение равное 2, если автомобиль проехал на первом и втором светофоре и попал на запрещающий сигнал на третьем светофоре, вероятность этого $P\,(\,X = 2) = 0{,}\,5 \cdot 0{,}\,5 \cdot 0{,}\,5 = 0{,}125$.

Случайная величина X принимает значение равное 3, если автомобиль проехал на первом, втором и третьем светофоре и попал на запрещающий сигнал на четвертом светофоре, вероятность этого $P\,(\,X = 3) = 0{,}\,5 \cdot 0{,}\,5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}5^4 = 0{,}\,0625$.

Случайная величина X принимает значение равное 4 если автомобиль проехал на всех 4 светофорах, вероятность этого $P\,(\,X = 4) = 0{,}\,5^4 = 0{,}\,0625$.

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,0625

Расчеты произведены правильно, так как

сумма $\sum p_{i=1}$

Математическое ожидание:

$M(X)=\sum x_i p_i = 0\cdot 0{,}5+1\cdot 0{,}25+2\cdot 0{,}125+3\cdot 0{,}0625+4\cdot 0{,}0625=0{,}9375$.

Дисперсия:

$D(X)=\sum (x_i)^2 p_i - (M(X))^2 =$

$=0^2\cdot 0{,}5+1^2\cdot 0{,}25+2^2\cdot 0{,}125+3^2\cdot 0{,}0625+4^2\cdot 0{,}0625-0{,}9375^2 \approx 1{,}434.$

Задача 4: В магазине имеется 15 автомобилей определенной марки. Среди них 7 черного цвета, 6 серого и 2 белого. Представители фирмы обратились в магазин с предложением о продаже им 3 автомобилей этой марки, безразлично какого цвета. Составьте ряд распределения числа проданных автомобилей черного цвета при условии, что автомобили отбирались случайно.

Задача 5: В магазине продаются 5 отечественных и 3 импортных телевизора. Составить закон распределения случайной величины – числа импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров. Найти функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.

Раздел 4. Дифференциальные уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка; Диф. уравнения второго порядка.

Вопросы для самоконтроля.

1.Понятие дифференциального уравнения.
2.Порядок дифференциального уравнения.
3.Общее решение дифференциального уравнения.
4.Частное решение дифференциального уравнения.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка.
6. Диф. уравнения второго порядка.

Практические задания

Задание 1.

Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

а) $xy'=y$; б) $2yy'=1-3x^2$, в) $(1+x^2)y'-2xy=(1+x^2)^2$

Задание 2.

Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $2y'' + 3y' - 5y = 0,$

б) $5y'' - 7y' + 2y = 0,$

в) $6y'' + y' + 4y = 0,$

г) $9y'' - 6y' + y = 0,$

Решение физических задач с использованием диф. уравнений:

Задача 1 (приводящая к понятию производной).

О скорости прямолинейного движения:

$V_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$; $V = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$.

Механический смысл производной: $V = S'(t)$; $a = V'(t)$.

Задача 2 (приводящая к понятию определенного интеграла).

О работе А силы $\bar{F}$ *по перемещению точки М вдоль оси Ох:*

$A \approx F(c_1)\Delta x_1 + F(c_2)\Delta x_2 + ... + F(c_n)\Delta x_n = \sum\limits_{i=1}^{n} F(c_i)\Delta x_i$.

Физический смысл определенного интеграла:

$A = \lim\limits_{\lambda \to 0} \sum\limits_{i=1}^{n} F(c_i)\Delta x_i = \int\limits_a^b F(x)dx$.

Задача 3 (приводящая к понятию дифференциального уравнения).

О законе движения $V = V(t)$ *материальной точки под действием силы* F.

Найти зависимость скорости от времени при движении материальной точки массы m, которая замедляет свое движение под действием силы сопротивления среды, пропорциональной квадрату скорости V.

По II закону Ньютона: $m \cdot a = F$, $a = V'(t)$.

В данном случае $F = -kV^2$, $k>0$ => $mV'(t) = -kV^2(t)$.

Получили уравнение, связывающее независимую переменную, искомую функцию и ее производную, т.е. дифференциальное уравнение первого порядка относительно скорости и времени.

Рекомендуемая литература

Основные источники:

№ п/п	Наименование	Автор	Издательство, год издания
ОИ1	Математика	Н.В. Богомолов	М.,2012 г.
ОИ2	Математика	С.Г. Григорьев С.В. Задулина	М.,2014 г.
ОИ3	Математика	А.А. Дадаян	М.,2011 г.
ОИ4	Сборник задач по математике	А.А. Дадаян	М.,2011 г.

Дополнительные источники:

№ п/п	Наименование	Автор	Издательство, год издания
ДИ 1	Математика (книги 1 и 2)	Ю.М. Колягин	М., 2003 г.
ДИ 2	Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов: руководство для решения задач	Л.Ю. Ниворожкина З.А. Морозова	Ростов на Дону: Феникс 2001 г.
ДИ 3	Введение в дискретную математику. Учебное пособие	С.В. Яблонский	М., 2002 г.
ДИ 4	Математика	В.Т. Омельченко	Феникс , 2005 г.
ДИ 5	Краткий курс лекций по высшей математике	Д. Письменный	М: 2009

Интернет-ресурсы:
http://school-collection.edu.ru - Электронный учебник «Математика , XXI век».
http://fcior.edu.ru - информационные, тренировочные и контрольные материалы.
www.school-collection.edu.ru - Единая коллекции Цифровых образовательных ресурсов.